



# ÉVALUATION DE LA ROBUSTESSE DES SFPM PAR ÉTUDE DE LA REDONDANCE DE LA ROBUSTESSE MODULAIRE: APPROCHE FLUX

Achraf Jabeur Telmoudi, Alain Bourjault, Lotfi Nabli

## ► To cite this version:

Achraf Jabeur Telmoudi, Alain Bourjault, Lotfi Nabli. ÉVALUATION DE LA ROBUSTESSE DES SFPM PAR ÉTUDE DE LA REDONDANCE DE LA ROBUSTESSE MODULAIRE: APPROCHE FLUX. MOSIM'08, 2008, France. pp.290-297. hal-00315763

**HAL Id: hal-00315763**

**<https://hal.science/hal-00315763>**

Submitted on 31 Aug 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## ÉVALUATION DE LA ROBUSTESSE DES SFPM PAR ÉTUDE DE LA REDONDANCE DE LA ROBUSTESSE MODULAIRE : APPROCHE FLUX

Achraf Jabeur TELMOUDI, Alain BOURJAULT

LAB- 24 Avenue Alain Savary, 25000  
Besançon- France.

achraf\_telmoudi@yahoo.fr; alain.bourjault@ens2m.fr

Lotfi NABLI

ASTI, ENI de Monastir- Rue Ibn Eljazar,  
5019 Monastir- Tunisie

lotfinabli@yahoo.fr

**RÉSUMÉ :** Dans ce papier nous nous intéressons à la robustesse des Systèmes Flexibles de Production Manufacturière (SFPM) de type flow-shop à contraintes de temps de séjours. Le but est de gérer les perturbations influant le flux du produit. Les Réseaux de Petri P-temporels sont utilisés pour la modélisation des contraintes de temps. Une méthodologie de construction d'une commande robuste générant les marges de robustesse passive et active est élaborée. La redondance de la robustesse locale entre passive et active nous amène à définir des chemins permettant la constatation de la robustesse globale de système. Dans ce but, un ensemble de définitions, de lemmes et un théorème sont engagés et affirmés par des exemples.

**MOTS-CLÉS :** Contraintes de temps, Modélisation, Redondance, Réseaux de Petri P-temporels, Robustesse, SFPM.

### 1. INTRODUCTION

Les systèmes de production manufacturière sont soumis généralement à des perturbations qui influent implicitement les sorties prescrites. La problématique de commande robuste des systèmes à événements discrets est fréquemment rencontrée dans la littérature. La majorité de ces travaux s'intéresse à la robustesse des systèmes de production manufacturière à contraintes de temps (Bonhomme et al., 2000), (Bonhomme, 2005), (Collart, 1997), (Collart et al., 2003), (Jerbi et al., 2006), etc. Ces travaux ont montré que pour résoudre une telle problématique, il faut définir et étudier au départ les exigences de qualités et de performances temporelles (taux de production, temps de séjour des produits dans le système, etc.) pour la sortie du système. Le but est de développer ultérieurement le type de variations des paramètres du système. La modélisation de ces procédés nécessite de spécifier, pour chaque opération de processus de fabrication, un intervalle du temps de la durée autorisée.

Vu la performance de l'outil des Réseaux de Petri en termes de modélisation des synchronisations, des parallélismes, des conflits et des partages de ressources, cet outil est considéré comme une voie importante de recherche pour la modélisation et l'évaluation de la robustesse. Les Réseaux de Petri P-temporels sont pleinement exploités dans les travaux portant sur cette problématique (Bonhomme et al., 2000), (Bonhomme, 2005), (Khansa et al., 1996), (Khansa, 1997), (Jerbi et al., 2006) etc.

C'est dans ce cadre que se situe l'étude que nous présentons. Notre objectif est de développer une méthode permettant l'interprétation de type de la robustesse globale de flux des produits dans les systèmes de production

manufacturière de type flow-shop. L'idée sous-jacente est de développer des modèles locaux relatifs aux entités de système. Ceci permet le maintien de la robustesse modulaire de chaque sous-système afin de constater et générer la robustesse globale de système.

Le papier comprend trois parties. Dans la première partie nous présenterons quelques définitions et notations usuelles relatives à la robustesse des systèmes de production manufacturière. En outre, un rappel sur les Réseaux de Petri P-temporels commandés sera présenté. En second lieu, nous présenterons notre modèle pour la génération de la robustesse modulaire de flux. Enfin, nous présenterons une méthodologie de conception des lois de commande d'un système entier.

### 2. RÉSEAUX DE PETRI P-TEMPORELS POUR LA COMMANDE ROBUSTE

#### 2.1. Définitions et notions de la robustesse

Commander un système de production, consiste à lui imposer un ensemble des lois de commande. L'objectif est de répondre aux besoins du marché. Les perturbations qui influent implicitement les sorties prescrites devront être prises en évidence. Ceci nécessite une commande robuste. En effet, la définition des intervalles de conformité des paramètres de système doit toujours anticiper la phase de conception de la loi de commande cible.

**Définition 1 :** Pour un système manufacturier, La robustesse est définie comme son aptitude à conserver ses propriétés spécifiées face à des perturbations prévues ou imprévues (CORINE, 1996).

**Définition 2 :** la robustesse passive répond au cas où

aucune modification dans la conduite n'est nécessaire pour que les propriétés spécifiées soient conservées en présence de variations (CORINE, 1996).

**Définition 3 :** la Robustesse active correspond au cas où les propriétés spécifiées peuvent être maintenues, mais au prix d'un calcul total ou partiel de la conduite (CORINE, 1996).

En effet, la robustesse est la conséquence de deux éléments intrinsèques qui sont le type de variations d'une part et la définition des qualités nécessaires pour la sortie du système d'autre part. Pour réagir aux perturbations, un système doit disposer de critères de décisions lui permettant de prendre en compte la notion de robustesse. La détermination de type de la robustesse fournit un critère de décision (Figure 1).

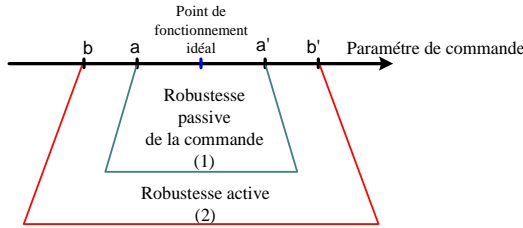


Figure 1. Marges de robustesses active et passive

Les marges  $A = [a, a']$  et  $B = [b, a \cup [a', b']$  représentent les degrés de liberté du procédé physique. Chaque paramètre de commande de type quantitatif ou qualitatif sortant de ces limites entraîne une violation du cahier des charges.

(1) les propriétés spécifiées sont garanties sans aucun changement de la commande. Les valeurs  $a$  et  $a'$  correspondent à la robustesse passive.

(2) les marges dynamiques sont modifiées mais le séquençement demeure le même. Les valeurs  $b$  et  $b'$  correspondent à la robustesse active.

## 2.2. Réseaux de Petri P-temporel commandé

Un réseau de Petri P-temporel est un tuple  $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0, IS \rangle$ .  $\langle P, T, \text{Pré}, \text{Post}, M_0 \rangle$  est un réseau de Petri marqué muni d'un marquage initial  $M_0$ .  $IS$  est une application définie par (Khansa, 1997) :

$$IS : P \rightarrow (Q^+ \cup 0) \times (Q^+ \cup \infty)$$

$$p \mapsto IS_p = [a_x, b_x] \text{ avec } 0 \leq a_x \leq b_x$$

$IS_x$  définit l'intervalle statique de temps de séjour d'une marque dans la place  $p_x$ ;  $Q^+$  est l'ensemble des nombres rationnels positifs. Une marque dans la place  $p_x$  ne participe à la validation de ses transitions de sortie seulement si elle a séjourné au moins la durée  $a_x$  dans cette place. Elle doit quitter la place  $p_x$  avant  $b_x$ . Sinon, on dit que la marque est « morte » et ne participera plus à la validation des transitions.

A l'état initial, l'intervalle associé aux marques est  $[0, \infty[$  et dès qu'une marque arrive dans une place par franchissement d'une transition, elle prend l'intervalle associé à

la place.

A un instant donné, l'état est défini par un doublet  $E = \langle M, G \rangle$ , où :

- $M$  est une application du marquage, assignant à chaque place du réseau un certain nombre de marques ( $\forall p \in P, M(p) \geq 0$ ).

- $G$  est une application temps de séjour qui associe à chaque marque  $k$  dans la place  $p_x$  un nombre réel  $g_x^k$  où  $g_x^k$  est l'âge de cette marque (le temps écoulé depuis son arrivée dans la place  $p_i$ ).

Soit  $[a_x, b_x]$  l'intervalle statique associé à la place  $p_x$ , une marque  $k$  peut participer à la validation de ses transitions de sortie si et seulement si :

1-  $g_x^k$  n'est pas inférieur à  $a_x$  :  $g_x^k \geq a_x$

2-  $g_x^k$  n'est pas supérieur à  $b_x$  :  $g_x^k \leq b_x$

La marque  $k$  est morte quand son âge devient strictement supérieur à  $b_x$ .

**Définition 4:** (Khansa, 1997)

Une transition  $t_a$  est validée à partir de l'état  $E(M, G)$  si et seulement si :

1-  $\forall p_x \in {}^o t_a : m(p_x) \geq \text{Pré}(p_x, t_a)$

2-  $\forall p_x \in P$ , il existe au moins  $\text{Pré}(p_x, t_a)$  marques dans cette place telle que :

$$\min(b_x - \theta_x^k) - \max(0, \max(a_x - \theta_x^k)) \geq 0 \text{ où :}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, \text{Pré}(p_x, t_x)$$

$[a_x, b_x]$  est l'intervalle statique associé à la place  $p_x$ .

$\theta_x^k$  est l'âge de la marque  $k$  dans la place  $p_x$ .

Un RdP P-temporel commandé ( $R^{PC}$ ) est défini comme suit (Long et Descotes-Genon, 1993) :

$$R^{PC} = (R^P, \varphi, U, U^0), \text{ avec :}$$

- $R^P$  est un RdP P-temporel décrivant le système en boucle ouverte.

- $\varphi$  est l'application de l'ensemble des transitions  $T$  de  $R^P$  vers l'ensemble des opérations  $\Gamma$  :  $\varphi : T \rightarrow \Gamma$ ; avec  $T = T^C \cup T^{UC} \cup T^O \cup T^{UO}$ ; où  $T^C$  est l'ensemble des transitions commandables,  $T^{UC}$  est l'ensemble des transitions non commandables,  $T^O$  est l'ensemble des transitions observables (la couche commande sait si elles sont tirées ou non sans aucun calcul) et  $T^{UO}$  est l'ensemble des transitions non observables.

- $U$  est la commande externe sur les transitions de  $R^P$ , construite à partir des prédicats utilisant l'occurrence d'événements observables internes ou externes au système :  $U : T \rightarrow \{0, 1\}$

- $U^0$  est la valeur initiale du vecteur des prédicats.

Une transition est observable lorsque la couche de commande connaît si une transition est tirable ou non, sans aucun calcul (Collart, 1997). Cela coïncide au cas où un capteur est localisé pour la détection directe de la fin ou du début d'une activité.

Une transition  $t \in T$  est appelé « état validé » pour un

marquage  $M$ , si elle est validée dans  $R_p$  pour  $M$ .

Une transition  $t$  est nommé « commande validée » (respectivement « commande non validée») si  $U(t) = 1$  (respectivement  $U(t) = 0$ ). Par définition, les transitions non commandables sont toujours « commande validée ».

**Remarque :** dans le cadre de ce travail, nous utilisons les RdP à arcs inhibiteurs.

### 3. MODÈLE POUR LA CONSTATATION DE LA ROBUSTESSE MODULAIRE

Les systèmes considérés sont ceux automatisés de type flow shop. Un produit fini ne passe qu'une seule fois par chaque machine de transformation de matière afin d'être fini.

**Définition 5 :** un circuit élémentaire de production  $C_i$  est défini comme un ensemble des machines ordonnées influant, directement ou indirectement, par la variation de leurs temps de production, une des spécificités du système opérant.

Nous considérons un système de production composé de  $n$  circuits élémentaires  $C_1, C_2, \dots, C_n$ . Chaque circuit  $C_i$  comprend  $m_i$  ressources.

Nous désignons par  $RM_i$  la robustesse modulaire de  $C_i$  avec  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

**Définition 6 :** La robustesse modulaire est définie comme la capacité à maintenir localement les propriétés spécifiques d'un circuit élémentaire en présence de variations ou d'incertitudes prévues ou imprévues dues à des perturbations internes ou externes afin de conserver la robustesse globale de système de production.

Les spécificités temporelles que nous cherchons à maintenir sont :

$Tm_{i,j}$  : le temps des transformations de matière pour une machine  $j$  de  $C_i$  ;  $j \in \{1, 2, \dots, m_i\}$

$Tce_i$  : le temps de cycle pour un circuit élémentaire

$Tc$  : le temps de cycle nécessaire pour fabriquer un produit fini.

Dans la suite de ce paragraphe, par l'exploitation de l'outil Réseaux de Petri P-temporels, nous prospecterons à proposer une modélisation qui permet la génération de la robustesse modulaire tout en redondant la robustesse des ressources entre passive et active. La priorité sera allouée à la robustesse passive vue qu'elle ne nécessite aucune modification dans la conduite.

Considérons un circuit élémentaire  $C_i$  comprenant  $m_i$  ressources (machines) de transformation de matière  $R_{i,1}, R_{i,2}, \dots, R_{i,m_i}$ . La marge de robustesse passive (respectivement de robustesse active) pour la ressource  $R_{i,j}$  est définie par l'intervalle de temps  $Ip_{ij} = [a_{pi,j}, b_{pi,j}]$  (respectivement  $Ia_{ij} = [a_{ai,j}, a_{pi,j}] \cup ]b_{pi,j}, b_{ai,j}]$ ); avec  $a_{pi,j} \geq a_{ai,j}$  et  $b_{pi,j} \leq b_{ai,j}$ .

Vu que la fonction temps est monotone croissante et que nous ne nous intéressons, dans ce papier, qu'au problème flux, nous pouvons suggérer que  $Ia_{ij} = ]b_{pi,j}, b_{ai,j}]$ .

La modélisation d'une loi de commande modulaire robuste relative à  $C_i$  répondant à notre objectif peut être présentée sous une forme primaire pyramidale. Le squelette d'un tel modèle est formulé de  $Nsp_i$  structures de parallélisme, chacune est composée d'une transition et de deux places modélisant respectivement la robustesse passive et active.

$$Nsp_i = 2^{m_i} - 1 \quad (1)$$

**Définition 7 :** Nous désignons par  $P_i^-$  (respectivement  $P_i^+$ ) la fonction déterminant les places modélisant la robustesse passive (respectivement active) des ressources appartenant au réseau qui modélise le circuit élémentaire  $C_i$ .

$P_i^-$  et  $P_i^+$  sont définies comme suit :

$$P_i^- : P_i \rightarrow EP_i^-$$

$$p_{i,k,l} \mapsto P_i^-(p_{i,k,l}) = Pp_{i,k,l}$$

$$P_i^+ : P_i \rightarrow EP_i^+$$

$$p_{i,k,l} \mapsto P_i^+(p_{i,k,l}) = Pa_{i,k,l}$$

Où :

$P_i$  : Ensemble des places du réseau modélisant  $C_i$

$EP_i^-$  : Ensemble des places du réseau modélisant la robustesse passive des ressources constituant le circuit élémentaire  $C_i$ .

$EP_i^+$  : Ensemble des places du réseau modélisant la robustesse active des ressources constituant le circuit élémentaire  $C_i$ .

$i, k, l$  : désigne l'indice de la  $l^{\text{ème}}$  structure de parallélisme de la  $k^{\text{ème}}$  ressource de  $C_i$  ;  $l \in \mathbb{N}$  et  $k \in \mathbb{N}$ .

**Définition 8 :**  $Pc$  est nommé parcours de commande. Il est défini comme un chemin orienté qui relie, dans l'ordre, les transitions et les places marquées du réseau modélisant un circuit élémentaire  $C$ .

Au cas de synchronisation des jetons séjournés aux places modélisant un paramètre temporel d'une ressource  $R_i$ , nous supposons que seule la place qui a la plus petite borne supérieure de l'intervalle alloué serait, hypothétiquement, considérée marquée. Si, durant l'évolution du réseau modélisant  $C_i$ , toutes les places de  $Pc$  sont marquées et les transitions de sortie relatives sont franchies,  $Pc$  serait appelé « marqué ».

#### Notation

$Pc_{i,q}$  : parcours de commande numéro  $q$  de  $C_i$  ;  $q \in \mathbb{N}$  et  $q \in \{1, \dots, 2^{m_i}\}$

$Pc_{Pi,q}$  : l'ensemble des places subordonnées de  $Pc_{i,q}$  et appartenant à  $EP_i^-$

$Pc_{Ai,q}$  : l'ensemble des places subordonnées de  $Pc_{i,q}$  et appartenant à  $EP_i^+$

Les intervalles alloués aux deux places de la structure de parallélisme se répartissent comme suit :

$\Gamma_{p_{ij}} = [a_{p_{ij}}, b_{p_{ij}}]$ : intervalle attribué à la place qui modélise la robustesse passive de  $R_{i,j}$ .

$\Gamma_{a_{ij}} = [a_{p_{ij}}, b_{a_{ij}}]$ : intervalle attribué à la place qui modélise la robustesse active de  $R_{i,j}$ .

**Lemme 1 :** Soit  $Pc_{i,q}$  un parcours de commande marqué d'un circuit élémentaire  $C_i$ . Si  $(Pc_{A_{i,q}} = \emptyset)$  alors  $(C_i$  est robuste passivement).

Preuve : Tant que :

- toutes les ressources de  $C_i$  ont conservé leurs spécificités lors des opérations de transformation tout en respectant les marges de robustesse passive
- la marge de robustesse passive de chaque ressource est choisie au départ sous des contraintes globales traduisant la robustesse passive de  $C_i$

$\Rightarrow$  La définition 2 est applicable.

**Lemme 2 :** Soit  $Pc_{i,q}$  un parcours de commande marqué d'un circuit élémentaire  $C_i$ . Si  $(Pc_{A_{i,q}} \neq \emptyset)$  alors  $(C_i$  est robuste activement).

Preuve : Tant qu'une (au moins) des ressources de  $C_i$  est robuste activement, les propriétés spécifiées de  $C_i$  ne peuvent être maintenues qu'au prix d'un calcul total ou partiel de la conduite.

$\Rightarrow$  la définition 3 est applicable.

**Théorème 1 :** il n'existe qu'un seul parcours de commande  $Pc_i^-$  accédant à la robustesse passive de  $C_i$ . Les autres accèdent à la robustesse active.

**Définition 9 :**  $Pc_i^+$  est nommé ensemble des parcours de commande robuste activement. Pour une structure modélisant

$C_i$  composée de  $m_i$  ressources, l'ensemble  $Pc^+$  est constitué de  $NPC_i^+$  parcours.

$$NPC_i^+ = 2^{m_i} - 1 \quad (2)$$

La figure 2 illustre la modélisation d'une loi de commande robuste de  $C_1$  sous la forme pyramidale.

$C_1$  est composé de deux ressources dont les variations de temps de traitement de produit influent la grandeur spécifique  $Tce_1$  d'un système opérant avec  $a_{p_{ij}} \geq b_{a_{ij+1}}$ .

#### Notations:

$Pp_{1,j,s}$ : place modélisant la robustesse passive de la  $s^{\text{ème}}$  structure de parallélisme de la  $j^{\text{ème}}$  ressource de  $C_1$ .

$Pa_{1,j,s}$ : place modélisant la robustesse active de la  $s^{\text{ème}}$  structure de parallélisme de la  $j^{\text{ème}}$  ressource de  $C_1$ .

$\Gamma_{p_{1,j}}$ : intervalle de temps de la place  $Pp_{1,j,s}$ .

$\Gamma_{a_{1,j}}$ : intervalle de temps de la place  $Pa_{1,j,s}$ .

$P1$  : place modélisant la disponibilité de la ressource  $R_{1,1}$ .

$P2$  et  $P3$  : places modélisant la disponibilité de la ressource  $R_{1,2}$ .

#### Principe de fonctionnement du Réseau de Petri de la figure 2 :

Suite au franchissement de transition  $t0$ , les places  $Pp_{1,1,1}$  et  $Pa_{1,1,1}$  se marquent chacune par un jeton. Si à  $t \leq b_{p_{1,1}}$  la transition  $tp1.1$  s'est franchie, les places  $Pp_{1,2,1}$  et  $Pa_{1,2,1}$  seraient marquées et la ressource  $R1$  serait considéré robuste passivement. A partir de  $t > b_{p_{1,1}}$ , seulement la place  $Pa_{1,1,1}$  serait marqué. Le franchissement de la transition  $ta1.1$  à  $t \leq b_{a_{1,1}}$  signifie que la ressource  $R1$  est robuste activement.

$Sp1.2.1$  et  $Sp1.2.2$  ont le même principe de fonctionnement.

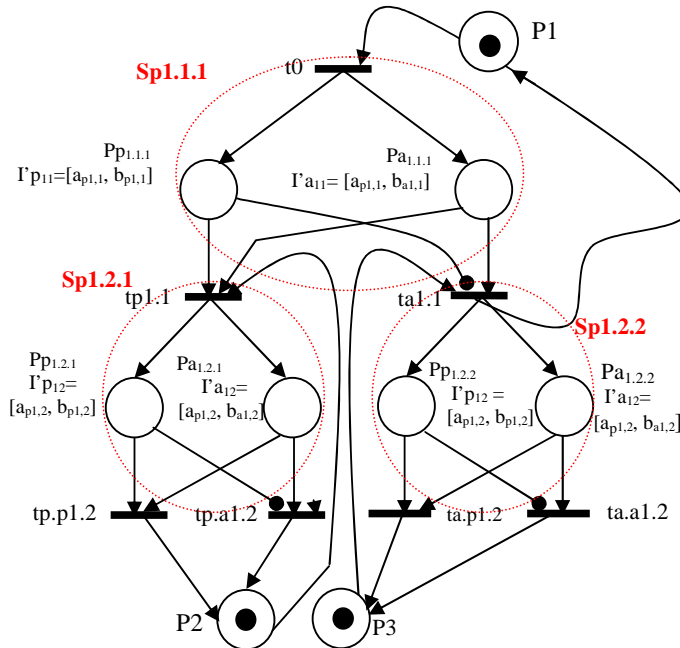


Figure 2. Redondance de la robustesse (structure pyramidale) ;  $a_{p_{ij}} \geq b_{a_{ij+1}}$

**Pour cet exemple :**

$$EP_i^- = \{P_{p1.1.1}, P_{p1.2.1}, P_{p1.2.2}\}$$

$$EP_i^+ = \{P_{a1.1.1}, P_{a1.2.1}, P_{a1.2.2}\}$$

*Parcours de commande :*

$$Pc_{1,1} = (t0, P_{p1.1.1}, tp1.1, P_{p1.2.1}, tp.p1.2) ;$$

$$Pc_{1,2} = (t0, P_{p1.1.1}, tp1.1, P_{a1.2.1}, tp.a1.2) ;$$

$$Pc_{1,3} = (t0, P_{a1.1.1}, ta1.1, P_{p1.2.2}, ta.p1.2) ;$$

$$Pc_{1,4} = (t0, P_{a1.1.1}, ta1.1, P_{a1.2.2}, ta.a1.2).$$

*Nombre des parcours de commande active :*

$$NPc_i^+ = 2^2 - 1 = 3$$

*Parcours de commande passive :*

$$Pc_i^- = \{Pc_{1,1}\}$$

*Parcours de commande active :*

$$Pc_i^+ = \{Pc_{1,2}, Pc_{1,3}, Pc_{1,4}\}$$

**Lemme 3 :** Soit deux ressources  $R_{i,j}$  et  $R_{i,j+1}$  d'un circuit élémentaire  $C_i$ , chacune ne traite qu'une seule pièce à la fois. Si ( $a_{pi,j} < b_{ai,j+1}$ ) alors (chaque place des structures de parallélisme modélisant la robustesse passive de  $R_{i,j}$  (respectivement la robustesse active de  $R_{i,j}$ ) devrait être obligatoirement suivie par une place  $Psp_{i,j,s}$  (respectivement  $Psa_{i,j,s}$ ) modélisant le stock des produits intermé-

diaire en attente). l'intervalle statique associé à  $Psp_{i,j,s}$  et  $Psa_{i,j,s}$  est  $Is_{i,j} = [0, +\infty[$  ; où l'indice  $i,j,s$  est associé à la  $s^{ème}$  structure de parallélisme de la  $j^{ème}$  ressource de  $C_i$ .

Preuve : Deux cas peuvent se présenter.

- Premier cas :  $a_{pi,j} \geq b_{ai,j+1}$

Quelque soit l'âge de marquage  $t_{i,j+1}$  de  $Pa_{i,j+1,s}$ , la marque de  $Pa_{i,j,s}$  ne serait jamais morte.

- deuxième cas :  $a_{pi,j} < b_{ai,j+1}$

Si un jeton séjourne une date strictement supérieure à  $a_{pi,j}$  dans  $Pa_{i,j+1,s}$ , la marque de  $Pa_{i,j,s}$  serait morte à l'instant  $t_{i,j} = a_{pi,j}$ .

$\Rightarrow$  Pour  $a_{pi,j} < b_{ai,j+1}$  : des places modalisant le stock entre  $Pa_{i,j,s}$  et  $Pa_{i,j+1,s}$  sont indispensables.

La figure 3 présente la modélisation d'une loi de commande robuste du même système opérant avec  $a_{pi,j} < b_{ai,j+1}$ .

La structure pyramidale proposée devient plus complexe lorsque le nombre des ressources d'un  $C_i$  est grand (pour  $m_i=6$  ;  $Nsp_i=32$  et  $NPc_i^+=63$ ). La figure 4 propose une structure parallèle simplifiée et équivalente à la structure pyramidale.

#### Notations

$Psp_{1,1,1}$  : place modélisant le stock intermédiaire entre  $R_{1,1}$  et  $R_{1,2}$  si  $R_{1,1}$  est robuste passivement.

$Psa_{1,1,1}$  : place modélisant le stock intermédiaire entre  $R_{1,1}$  et  $R_{1,2}$  si  $R_{1,1}$  est robuste activement.

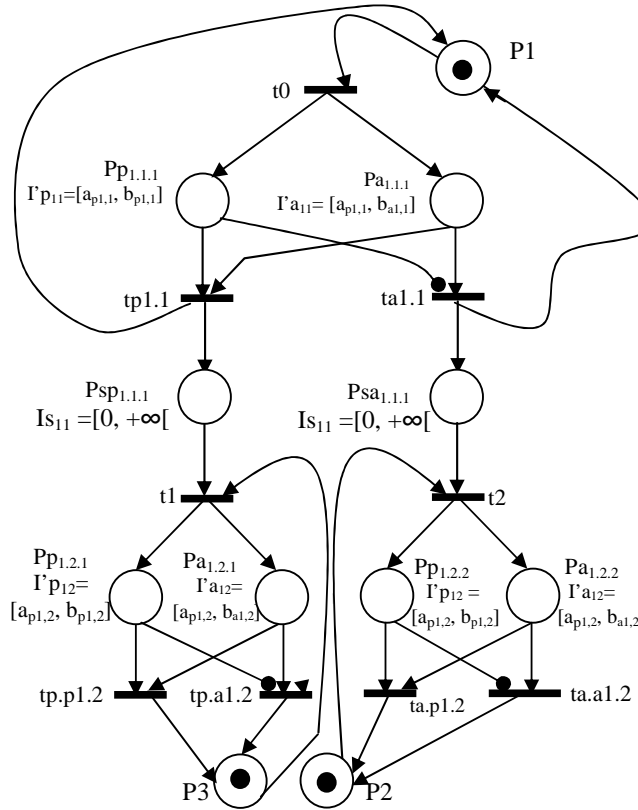


Figure 3. Redondance de la robustesse (structure pyramidale) ;  $a_{pi,j} < b_{ai,j+1}$ .

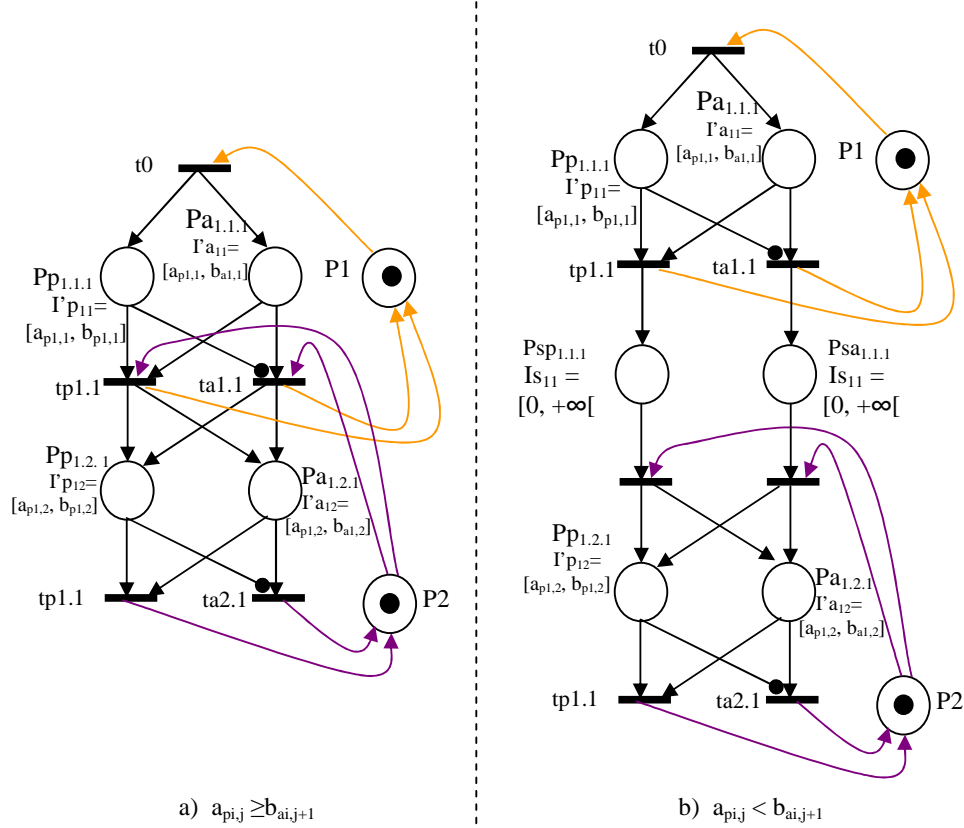


Figure 4. Redondance de la robustesse (structure parallèle)

#### 4. GÉNÉRATION ET CONSTATATION DE LA ROBUSTESSE GLOBALE

Les modèles développés ci-dessus permettent la constatation et la génération de la robustesse modulaire par l'utilisation du principe de la redondance de la robustesse des ressources entre passive et active. Dans ce qui suit, nous cherchons à développer un modèle qui traite la robustesse du système entier par la généralisation des propriétés et des principes de modélisation développés dans le paragraphe précédent.

**Lemme 4 :** Soit un système automatisé de production  $S$  constitué de  $n$  circuits élémentaires. Si  $(\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, Pc_{Ai,q} = \emptyset)$  alors  $(S \text{ est robuste passivement})$ .

Preuve : Même raisonnement de la preuve de lemme 1.

**Lemme 5 :** Soit un système automatisé de production  $S$  constitué de  $n$  circuits élémentaires. Si  $(\exists i \text{ pour } i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ au moins } Pc_{Ai,q} \neq \emptyset)$  alors  $(S \text{ est robuste activement})$ .

Preuve : Même raisonnement de la preuve de lemme 2.

Ces lemmes peuvent être aussi pratiqués par les assem-

bleurs. La robustesse modulaire, pour ces systèmes, peut être conservée au niveau global par la mise en place de points de découplage.

#### Exemple

Considérons un système automatisé de production composé de trois circuits élémentaires  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .  $C_1$  sert à fabriquer un premier produit semi-fini A.  $C_2$  permet la production d'un deuxième produit semi-fini B.  $C_3$  permet dans un premier lieu d'assembler A et B par une ressource  $R_{3,1}$ , puis d'effectuer une transformation mécanique par  $R_{3,2}$ .  $C_1$  est composé de deux ressources de transformation en série  $R_{1,1}$ ,  $R_{1,2}$  dont  $b_{a1,2} > a_{p1,1}$ .  $C_2$  est composée de deux ressources de transformation successives  $R_{2,1}$ ,  $R_{2,2}$  dont  $a_{p2,1} \geq b_{a2,2}$ . Finalement nous indiquons que  $a_{p3,1} \geq b_{a3,2}$ .

Le découplage de deux flux de A et B est garanti par une structure de synchronisation constituée de deux places  $P_{sC1}$  et  $P_{sC2}$  modélisant respectivement les deux stocks des produits A et B et d'une transition  $t2 = P^{\circ}_{sC1} = P^{\circ}_{sC2}$  (Figure 5). Pour que  $S$  soit robuste passivement, il faut que les parcours  $Pc_1^+$ ,  $Pc_2^+$  et  $Pc_3^+$  soient marqués.

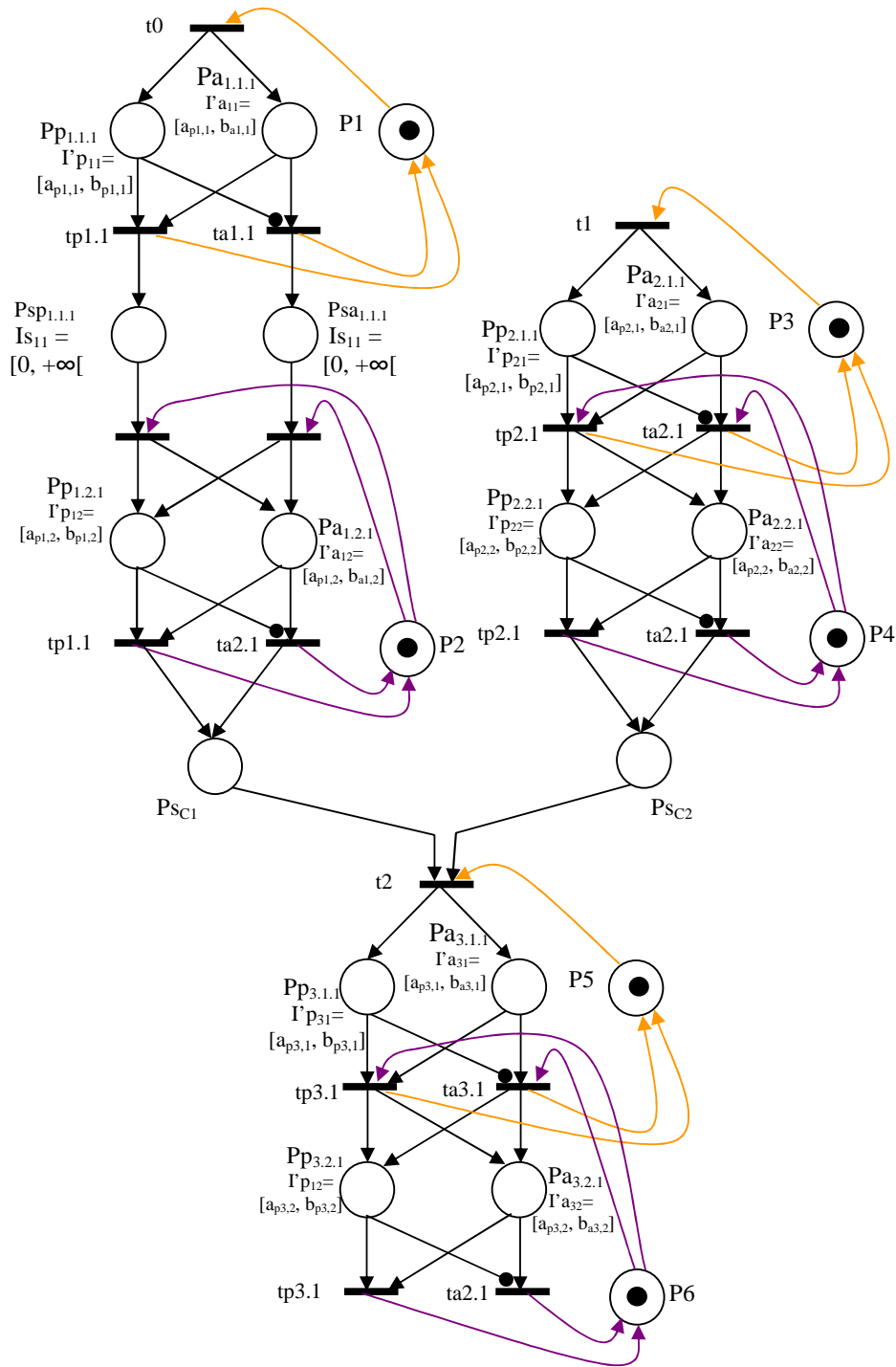


Figure 5. Redondance de la robustesse d'un système de production (structure parallèle)

## 5. CONCLUSION

Une démarche de modélisation des lois de commande des systèmes automatisés de production de type flow-shop s'appuyant sur l'utilisation des Réseaux de Petri P-temporels commandés est présentée. Le principe de redondance de la robustesse est utilisé. Le modèle décrit

les contraintes sur les paramètres flux tout en intégrant les marges de la robustesse passive et active. Le but est de satisfaire le côté quantitatif du besoin de marché.

La redondance de la robustesse locale entre passive et active nous amène à la définition des chemins assurant la robustesse modulaire des circuits élémentaires, d'où la



constatation de la nature de robustesse du système entier.

Nous prospectons, suite à cette proposition, à développer une méthode de construction des lois de commande permettant l'interprétation de type de la robustesse globale des Systèmes de Production Manufacturière face à des perturbations temporelles (flux) et non temporelles (qualité produit).

L'évaluation de la robustesse des systèmes de production manufacturière par la surveillance des paramètres de la loi de commande peut être aussi évoquée à l'issue ce travail.

## RÉFÉRENCES

- Berthomieu, B., and M. DIAZ, 1991. Modelling and verification of time dependant systems using time Petri nets. *IEEE transactions on software engineering*, Vol. 17, No. 3.
- Berthomieu, B., P. O. Ribet and F. Vernadat, 2004. The tool TINA – Construction of Abstract State Spaces for Petri Nets and Time Petri Nets. *International Journal of Production Research*. Vol 42, Number 14, July.
- Bonhomme, P., S. Aygalinc and S. Calvez, 2000. Using Robustness Properties for Multi-Products Processing. *IFAC/IFIP/IEEE, 2nd Conference on Management and Control of Production and Logistics MCPL'2000*, Grenoble, France, 5-8 July.
- Bonhomme, P., 2005. Control of time critical systems using partial order. *IMAC'05*, Paris, France, July.
- Boufaied, A., A. Subias and M. Combacau, 2005. Distributed Time Constraints Verification Modelled With Time Petri Nets. *17th IMACS Word Congress on Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation*, CD ROM, Paris, July.
- Collart Dutilleul, S., H. Dhouiabi and E. Craye, 2003. Internal Robustness of Discret Event System with internal constraints in repetitive functioning mode. *ACS'2003*, Miedzydroje, Poland.
- Collart Dutilleul, S., 1997. *Commande Robuste d'Ateliers à Contraintes de Temps de Séjour : Application à la Galvanoplastie*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, December.
- “CORINE”, ARTEMIS-IMAG, ERIHST, LAG, LAMII-CESALP, 1996. *CONduite Robuste et INtelligente dans les Entreprises manufacturières*, technical Report, May.
- Dhouibi, H., S., Collart Dutilleul, E., Craye and L. Nabli, 2005. Computing Intervals of Intervals Constrained Petri Net: a tobacco manufacturing application. *IMACS 05 conference*, Paris, July.
- Jerbi N., S. Collart Dutilleul, E. Craye and M. Benrejeb, 2006. Time Disturbances and Filtering of Sensors Signals in Tolerant Multi-product Job-shops with Time Constraints. *International Journal of Computers, Communications & control*, Vol. I, n° 4, pp. 61–72.
- Khansa, W., 1997. *Réseaux de Petri P-temporels: contribution à l'étude des Systèmes à Evénements Discrets*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, mars.
- Khansa, W., P. Aygalinc and J. P. Denat, 1996. Structural analysis of P-Time Petri Nets. *CESA'96*, Lille, France, pp. 127–136, July.
- Long, J. and B. Descotes-Genon, 1993. Flow Optimization Method for Control Synthesis of flexible Manufacturing Systems Modeled by Controlled Timed Petri Nets. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta, Georgia, USA, Vol. 1, pp. 598–603, May.
- Murata, T., 1989. Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, Volume 77, Issue 4, pp. 541 – 580, April.
- Telmoudi, A. J., L., Nabli, 2008. The use of redundancy to evaluate the manufacturing system total robustness: A quality approach. *3<sup>rd</sup> IEEE International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP 2008)*, St. Julians, Malta, March.
- Xia, CL., 2006. Analysis of properties of Petri synthesis net. *Lecture Note in Computer Science*, 3959: pp 576-587.